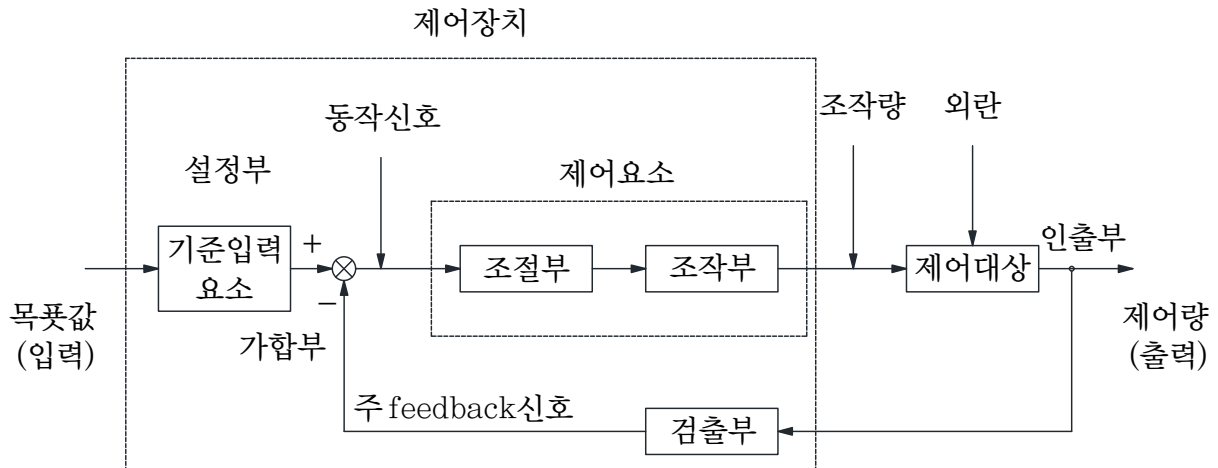


PART 01	34	PART 08	47
1. 폐회로 제어계의 구성		14. 상태공간법 I. 시스템행렬 A	
2. 자동제어계의 분류		15. 상태공간법 II. 특성 방정식	
PART 02	35	16. 상태공간법 III. z변환	
3. 블록선도와 신호흐름선도		PART 09	49
PART 03	38	17. 시퀀스제어 I. AND 게이트	
4. 특성방정식 → 루스 안정도 판별법		18. 시퀀스제어 II. OR 게이트	
PART 04	41	19. 시퀀스제어 III. NOT 게이트	
5. 2차 지연 제어계		20. 시퀀스제어 IV. 논리 연산	
PART 05	42		
6. 입력에 따른 과도 응답			
7. 정상 편차			
PART 06	43		
8. 주파수 전달함수			
9. 벡터궤적 → 나이퀴스트 안정도 판별법			
10. 보드선도 → 보드선도 안정도 판별법			
PART 07	45		
11. 근궤적 I. 영점과 극점			
12. 근궤적 II. 근궤적의 가지 수			
13. 근궤적 III. 점근선의 교차점			

Cheatkey

1

폐회로 제어계의 구성



- 1) 목표값 : 입력값으로 피드백 요소에 속하지 않는 신호
- 2) 기준 입력 요소 : 목표값에 비례하는 기준 입력 신호를 발생시키는 장치
- 3) 동작 신호 : 기준 입력과 주 궤환량과의 차로써, 제어계의 동작을 일으키는 원인이 되는 신호
- 4) 제어 요소 : 조절부 + 조작부
- 5) 조절부 : 제어 요소가 동작하는데 필요한 신호를 만들어 조작부에 보내는 부분
- 6) 조작부 : 조절부로부터 받은 신호를 조작량으로 바꾸어 제어 대상에 보내는 부분
- 7) 검출부 : 제어량을 검출하고 입력과 출력을 비교하는 부분

Cheatkey

2

자동제어계의 분류

■ 조절부의 제어동작에 의한 분류

1) 비례 제어

$$\bullet Y(s) = KZ(s)$$

2) 미분 제어

$$\bullet Y(s) = T_d s Z(s)$$

3) 적분 제어

$$\bullet Y(s) = \frac{1}{T_i s} Z(s)$$

4) 비례 적분 미분 제어

$$\bullet Y(s) = K \left(1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right) Z(s)$$

K: 비례감도

 T_d : 미분시간 T_i : 적분시간

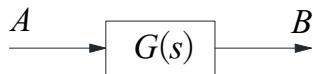
Cheatkey

3

블록선도와 신호흐름선도

1. 구성

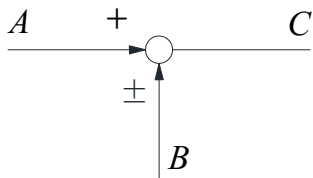
1) 블록



$$\bullet A \times G(s) = B$$

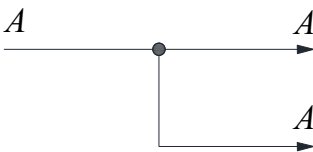
$$\bullet G(s) = \frac{B}{A}$$

2) 가합점



$$\bullet A \pm B = C$$

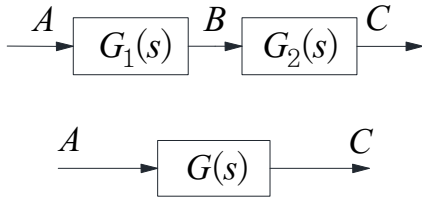
3) 인출점



$$\bullet A = A$$

2. 등가 변환

1) 직렬 결합(곱)



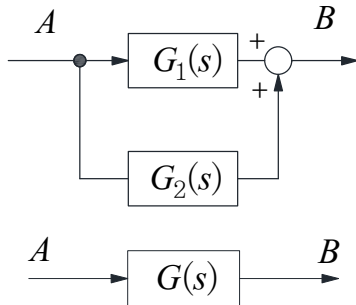
$$AG_1 = B, \quad BG_2 = C$$

$$\therefore C = AG_1G_2$$

$$C = AG_1G_2 = AG$$

$$\bullet \quad G = G_1 \times G_2$$

2) 병렬 결합(합)

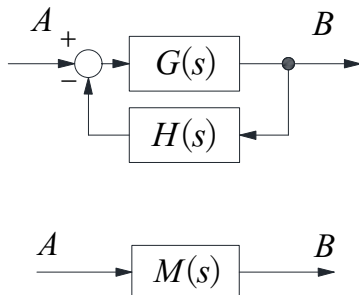


$$AG_1 + AG_2 = B, \quad B = A(G_1 + G_2)$$

$$B = A(G_1 + G_2) = AG$$

$$\bullet \quad G = G_1 + G_2$$

3) 피드백 결합



$$B = (A - BH)G$$

$$AG = B + BGH = B(1 + GH)$$

$$B = A \cdot \frac{G}{1 + GH} = AM$$

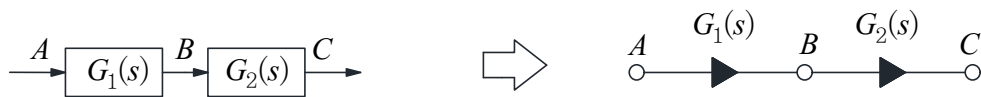
$$\bullet \quad M = \frac{G}{1 + GH}$$

3. 신호흐름선도

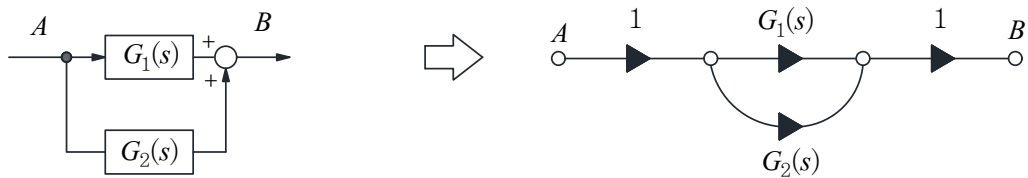
1) 단일 블록 변환



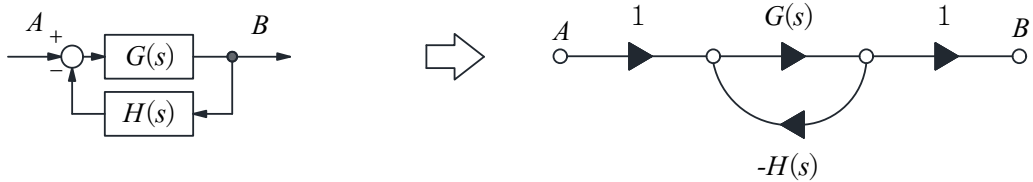
2) 직렬 결합 변환



3) 병렬 결합 변환



4) 피드백 결합 변환

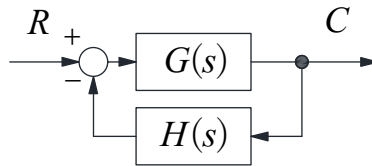


$$\text{피드백 결합 전달함수 : } M = \frac{B}{A} = \frac{G}{1 + GH}$$

Cheatkey

4

특성방정식 → 루스 안정도 판별법



■ 전달함수 : $M(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$

1. 특성근을 이용한 안정도 판별

1) 특성방정식 : $F(s) = 1 + G(s)H(s) = 0$

2) 특성근 : $F(s)$ 의 근 s

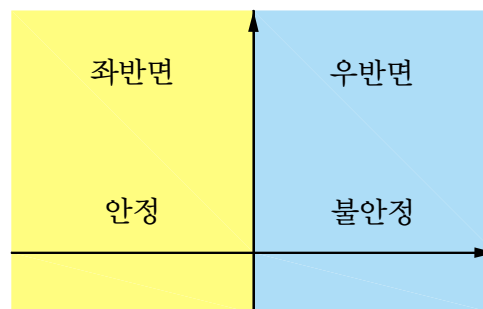
【연습문제】

$F(s) = s^2 + 3s + 2$ 의 특성근을 구하시오.

【풀이】

$$\begin{aligned} F(s) &= s^2 + 3s + 2 = 0 \\ &= (s+1)(s+2) = 0 \\ \therefore s_1 &= -1, s_2 = -2 \end{aligned}$$

3) 복소평면 위 특성근의 위치에 따른 제어계의 안정 조건



※ 근이 좌반면에 존재 : 안정

근이 우반면에 존재 : 불안정

2. 루스 안정도 판별법

1) 특성방정식

$$\begin{aligned} & \bullet F(s) = 1 + G(s)H(s) \\ & = a_0s^n + a_1s^{n-1} + a_2s^{n-2} + \cdots + a_{n-1}s + a_n = 0 \end{aligned}$$

2) 안정조건

- ① 모든 차수의 계수가 존재할 것
- ② 모든 차수의 계수 부호가 같을 것
- ③ 루스표의 제 1열의 모든 요소의 부호가 변하지 않을 것

3) 루스표 작성법

s^n	a_0	a_2	a_4	$\cdots$
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	$\cdots$
s^{n-2}	A_1	A_2	A_3	$\cdots$
s^{n-3}	B_1	B_2	B_3	$\cdots$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{a_1a_2 - a_0a_3}{a_1} & B_1 &= \frac{A_1a_3 - a_1A_2}{A_1} \\ A_2 &= \frac{a_1a_4 - a_0a_5}{a_1} & B_2 &= \frac{A_1a_5 - a_1A_3}{A_1} \\ A_3 &= \frac{a_1a_6 - a_0a_7}{a_1} & B_3 &= \frac{A_1a_7 - a_1A_4}{A_1} \end{aligned}$$

【연습문제】 $F(s) = s^4 + 2s^3 + s^2 + 4s + 2 = 0$

【풀이】

(step1) 각 항의 계수를 작성한다 (빈칸은 0)

s^4	1	1	2	0
s^3	2	4	0	0
s^2				
s^1				
s^0				

(step2) 루스표를 작성한다. (빈칸은 0)

$$\textcircled{1} A_1 = \frac{(2 \times 1) - (1 \times 4)}{2} = -1$$

$$\textcircled{2} A_2 = \frac{(2 \times 2) - (1 \times 0)}{2} = 2$$

$$\textcircled{3} A_3 = A_4 = 0$$

s^4	1	1	2	0
s^3	2	4	0	0
s^2	A_1			
s^1				
s^0				

s^4	1	1	2	0
s^3	2	4	0	0
s^2	-1	A_2		
s^1				
s^0				

s^4	1	1	2	0
s^3	2	4	0	0
s^2	-1	2	A_3	A_4
s^1				
s^0				

$$\textcircled{4} B_1 = \frac{(-1 \times 4) - (2 \times 2)}{-1} = 8$$

$$\textcircled{5} B_2 = B_3 = B_4 = 0$$

$$\textcircled{6} C_1 = \frac{(8 \times 2) - (-1 \times 0)}{8} = 2$$

s^4	1	1	2	0
s^3	2	4	0	0
s^2	-1	2	0	0
s^1	B_1			
s^0				

s^4	1	1	2	0
s^3	2	4	0	0
s^2	-1	2	0	0
s^1	8	0	0	0
s^0				

s^4	1	1	2	0
s^3	2	4	0	0
s^2	-1	2	0	0
s^1	8	0	0	0
s^0	C_1			

(step3) 1열의 부호 변화를 확인한다.

s^4	1	1	2	0
s^3	2	4	0	0
s^2	-1	2	0	0
s^1	8	0	0	0
s^0	2			

‘2 → -1’
 ‘-1 → 8’
 1열의 부호가
 총 2번 변했다.

1열의 부호가 변한 횟수
 = 복소평면 우반면의 특성근 개수
 $\therefore F(s)$ 는 우반면에 근이 2개 존재하며,
불안정하다

Cheatkey

5

2차 지연 제어계

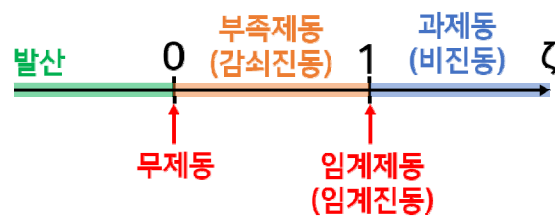
$$1. \text{ 전달함수 } M(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

$$= \frac{b}{s^2 + as + b} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

2. ζ : 감쇠비, 진동비3. ω_n : 고유 주파수

$$\omega_d : \text{감쇠 진동 주파수} = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

4. 제어계의 과도응답 특성

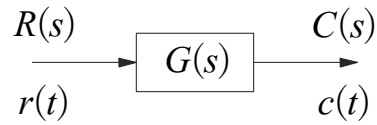


과제동(비진동)	$\zeta > 1$
임계제동(임계진동)	$\zeta = 1$
부족제동(감쇠진동)	$0 < \zeta < 1$
무제동	$\zeta = 0$
발산	$\zeta < 0$

Cheatkey

6

입력에 따른 과도 응답



	$r(t)$	$R(s)$	$c(t), C(s)$ 명칭
①	$\delta(t)$	1	임펄스 응답 (단위 충격 응답)
②	$u(t)$	$\frac{1}{s}$	인디셜 응답 (단위 계단 응답)
③	t	$\frac{1}{s^2}$	램프 응답 (등속 응답)
④	$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{1}{s^3}$	포물선 응답 (등가속 응답)

Cheatkey

7

정상 편차

입력 $r(t)$	정상 □ □ 편차 (e_{ss})	정상 □ □ 편차 상수
$u(t)$	정상위치편차 $e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p}$	정상위치편차 상수 $K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$
t	정상속도편차 $e_{ss} = \frac{1}{K_v}$	정상속도편차 상수 $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s)$
$\frac{1}{2}t^2$	정상가속도편차 $e_{ss} = \frac{1}{K_a}$	정상가속도편차 상수 $K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)$

Cheatkey

8

주파수 전달함수

1. 주파수 전달함수

- 전달함수 $G(s)$ 에 s 대신 $j\omega$ 를 대입

2. 주파수 전달함수의 크기(진폭비)와 위상

$G(j\omega)$	크기 $ G(j\omega) $	위상 θ
$a + jb$	$\sqrt{a^2 + b^2}$	$\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$
$\frac{1}{a + jb}$	$\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$	$-\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$
$\frac{a + jb}{c + jd}$	$\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{c^2 + d^2}}$	$\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{d}{c}\right)$

3. 이득(gain)

- $g = 20\log |G(j\omega)|$ [dB]

Cheatkey

9

벡터 궤적 → 나이퀴스트 안정도 판별법

1. 벡터 궤적

- 주파수 전달함수 $G(j\omega)$ 에서 ω 를 $0 \sim \infty$ 까지 변화시켰을 때 그려진 궤적

2. 이득여유

- $g_m = 20\log \left| \frac{1}{G(j\omega)H(j\omega)} \right|_{j\omega=0} = 20\log \left| \frac{1}{G(0)H(0)} \right|$ [dB]

【연습문제】

개루프 전달함수

$$G(s)H(s) = \frac{K}{(s+1)(s+3)}$$

이득여유가 20[dB]일 때 K 는?

【풀이】

$$s = j\omega = 0 \text{ 를 대입하면 } G(0)H(0) = \frac{K}{1 \times 3} = \frac{K}{3}$$

$$g_m = 20\log \left| \frac{1}{G(0)H(0)} \right| = 20\log \left| \frac{3}{K} \right| = 20$$

$$\therefore \frac{3}{K} = 10, K = \frac{3}{10}$$

3. 안정 조건

① 이득 여유 : $g_m > 0$

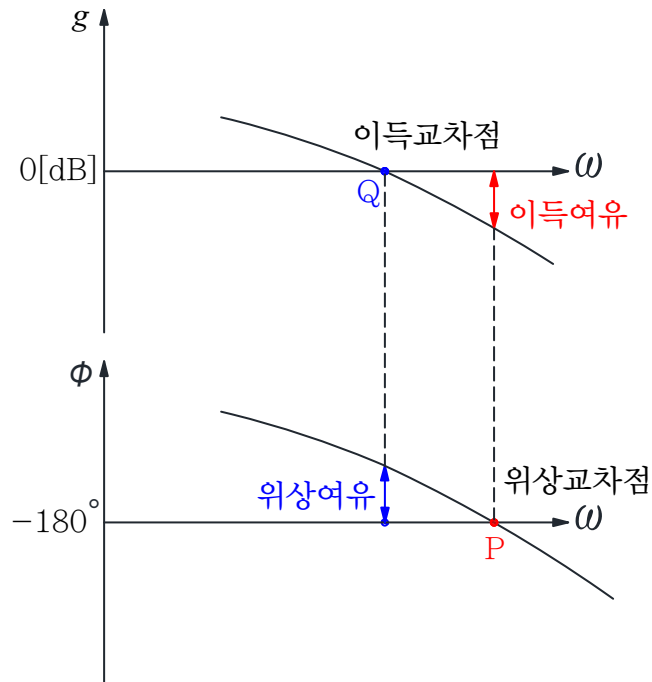
② 위상 여유 : $\phi_m > 0$

Cheatkey

10 보드선도 → 보드선도 안정도 판별법

1. 보드선도

- 이득 특성곡선과 위상 특성곡선으로 안정도 판별



2. 안정 조건

- ① 위상 곡선이 -180° 와 교차하는 점에서의 이득값이 0보다 작다. (이득여유)
- ② 이득 곡선이 0[dB]과 교차하는 점에서의 위상값이 -180° 보다 크다. (위상여유)

3. 절대 안정도와 상대 안정도

영역	판별법	안정도	평가
시간영역	루스 판별법	O	X
주파수영역	나이퀴스트 선도	O	O
	보드 선도	O	O

※ 시간영역 : 절대 안정도, 주파수 영역 : 상대 안정도

Cheatkey

11 근궤적 I. 영점과 극점

1. 근궤적

- 개루프 전달함수가

$$G(s)H(s) = \frac{K(s-b_1)(s-b_2)(s-b_3)\cdots}{(s-a_1)(s-a_2)(s-a_3)\cdots} \quad \text{이고, } K \text{를 } 0 \text{에서 } \infty \text{까지 변화시킬 때}$$

특성방정식 $F(s) = 1 + G(s)H(s)$ 의 근이 그리는 궤적

2. 영점과 극점

1) 영점(Zero)

① $G(s)H(s) = 0$ 이 되는 s 값

② $s = b_1, b_2, b_3, \cdots$

2) 극점(Pole)

① $G(s)H(s) = \infty$ 이 되는 s 값

② $s = a_1, a_2, a_3, \cdots$

Cheatkey

12 근궤적 II. 근궤적의 가지 수

1. 근궤적의 가지 수 i

$$\blacksquare G(s)H(s) = \frac{K(s-b_1)(s-b_2)(s-b_3)\cdots}{(s-a_1)(s-a_2)(s-a_3)\cdots} = K \frac{N(s)}{D(s)}$$

에서 영점과 극점의 개수 중 큰 것과 일치

【연습문제】

$G(s)H(s) = \frac{K(s-1)}{(s+1)(s+2)(s+3)}$ 의 근
궤적의 가지수는?

【풀이】

극점 P = 3개, 영점 Z = 1개이므로 근궤적의 가지수는 극점의 개수를 따라 3개가 된다.

2. 근궤적의 가지 수 ii

- $F(s) = 1 + G(s)H(s) = 0 = D(s) + KN(s)$ 이므로 특성방정식의 차수와 같다.

【연습문제】

$F(s) = s^4 + 2s^3 + 6s^2 + s + 7 = 0$ 의
근궤적의 가지수는?

【풀이】

특성방정식은 4차식 이므로 근궤적의 가지수는 4개가 된다.

Cheatkey

13 근궤적Ⅲ. 점근선의 교차점

$$\blacksquare \delta = \frac{\text{극점의 총합} - \text{영점의 총합}}{\text{점근선의 개수} (P-Z)}$$

【연습문제】

$G(s)H(s) = \frac{K(s+3)}{s(s+1)(s+2)(s+4)}$ 의 점근선의 개수와 교차점을 구하여라.

【풀이】

① 점근선의 개수 : $P-Z = 4-1 = 3$

② 점근선의 교차점

$$: \delta = \frac{(0-1-2-4) - (-3)}{3} = -\frac{4}{3}$$

Cheatkey

14 상태공간법 I. 시스템행렬 A**1. 상태 방정식**

- 계통 방정식이 n 차 미분방정식일 때 이것을 n 개의 1차 미분방정식으로 바꾸어 행렬로 표현한 것

$$\frac{d^3}{dt^3}c(t) + a_1 \frac{d^2}{dt^2}c(t) + a_2 \frac{d}{dt}c(t) + a_3 c(t) = a_4 r(t)$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Br(t)$$

2. 상태 변수 정의

$$\begin{aligned} c(t) &= x_1(t) \\ \frac{d}{dt}c(t) &= x_2(t) = \dot{x}_1(t) \\ \frac{d^2}{dt^2}c(t) &= x_3(t) = \dot{x}_2(t) \\ \frac{d^3}{dt^3}c(t) &= \dot{x}_3(t) \end{aligned}$$

3. 시스템행렬 A1) 3차식 = 3×3 행렬

$$\frac{d^3}{dt^3}c(t) + a_1 \frac{d^2}{dt^2}c(t) + a_2 \frac{d}{dt}c(t) + a_3 c(t) = a_4 r(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}$$

2) 2차식 = 2×2 행렬

$$\frac{d^2}{dt^2}c(t) + a_1 \frac{d}{dt}c(t) + a_2 c(t) = a_3 r(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}$$

Cheatkey

15 상태공간법 II. 특성 방정식

1. 특성방정식

$$\blacksquare F(s) = |sI - A| = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix} = (a_1 \times a_4) - (a_2 \times a_3)$$

2. 단위 행렬 I 1) 2×2 행렬

$$\bullet I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2) 3×3 행렬

$$\bullet I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

【연습문제】

시스템행렬 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ 인 제어계의 특성방정식의 특성근을 구하여라.

【풀이】

$$\textcircled{1} sI - A = s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 3 & s-4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} F(s) &= |sI - A| = \begin{vmatrix} s & -1 \\ 3 & s-4 \end{vmatrix} \\ &= s(s-4) - (-3) = s^2 - 4s + 3 \\ &= (s-1)(s-3) = 0 \\ \therefore s_1 &= 1, s_2 = 3 \end{aligned}$$

Cheatkey

16 상태공간법 III. z변환

$f(t)$	$F(s)$	$F(z)$
$\delta(t)$	1	1
$u(t)$	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$

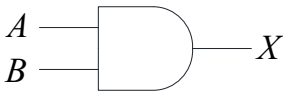
Cheatkey

17 시퀀스 제어 I . AND 게이트

1. AND 회로

- 입력 A, B가 동시에 있을 때 출력 X가 생기는 회로

2. 논리기호, 논리식, 진리표

논리기호	논리식	진리표															
	$X = A \cdot B$	<table> <tr> <th>A</th><th>B</th><th>X</th></tr> <tr> <td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr> <td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr> <td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	A	B	X	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
A	B	X															
0	0	0															
0	1	0															
1	0	0															
1	1	1															

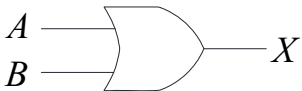
Cheatkey

18 시퀀스 제어 II . OR 게이트

1. OR 회로

- 입력 A, B 한 입력만 있어도 출력 X가 생기는 회로

2. 논리기호와 논리식, 진리표

논리기호	논리식	진리표															
	$X = A + B$	<table> <tr> <th>A</th><th>B</th><th>X</th></tr> <tr> <td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr> <td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr> <td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	A	B	X	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
A	B	X															
0	0	0															
0	1	1															
1	0	1															
1	1	1															

Cheatkey

19 시퀀스 제어 III . NOT 게이트

1. NOT 회로

- 입력과 출력의 상태가 반대로 되는 상태 반전 회로

2. 논리기호와 논리식

논리기호	논리식	진리표						
	$X = \overline{A}$	<table><tr><th>A</th><th>X</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	X	0	1	1	0
A	X							
0	1							
1	0							

3. NAND, NOR 회로

1) NAND 회로

논리기호	논리식	진리표															
	$X = \overline{A \cdot B}$	<table> <tr> <th>A</th><th>B</th><th>X</th></tr> <tr> <td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr> <td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr> <td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	A	B	X	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
A	B	X															
0	0	1															
0	1	1															
1	0	1															
1	1	0															

2) NOR 회로

논리기호	논리식	진리표															
	$X = \overline{A + B}$	<table> <tr> <th>A</th><th>B</th><th>X</th></tr> <tr> <td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr> <td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr> <td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	A	B	X	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
A	B	X															
0	0	1															
0	1	0															
1	0	0															
1	1	0															

Cheatkey

20 시퀀스 제어Ⅳ. 논리 연산

1. 기본 연산

1) 논리 곱(AND)

- $A \cdot A = A$ • $A \cdot 1 = A$
- $A \cdot \overline{A} = 0$ • $A \cdot 0 = 0$

2) 논리 합(OR)

- $A + A = A$ • $A + 1 = 1$
- $A + \overline{A} = 1$ • $A + 0 = A$

2. 분배 법칙

- ① $A(B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
- ② $(A + B)(A + C) = A + (B \cdot C)$

3. 드모르간 정리

- ① $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$
- ② $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$
- ③ $\overline{\overline{A}} = A$
- ④ $\overline{\overline{A \cdot B}} = \overline{\overline{A + B}} = A + B$
- ⑤ $\overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{A \cdot B}} = A \cdot B$

memo